Физика

за софтверско инжењерство

Белешке са предавања

28. новембар 2018

СУПЕРПОЗИЦИЈА

→ ТАЛАСНА ј-НА

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$ → ЛИНЕАРНА ДИФ. ј-НА

→ ВАЖИ ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИЈЕ :

→ Ако $\psi_1(x,t) = A_1 \sin(k_1 x - \omega_1 t)$ и

$\psi_2(x,t) = A_2 \sin(k_2 x - \omega_2 t)$

ЗАДОВОЉАВАЈУ ТАЛАСНУ ј-НУ

→ СВАКА ЛИНЕАРНА КОМБИНАЦИЈА ОВИХ ТАЛАСНИХ ф-ЈА ТАКОЂЕ ЗАДОВОЉАВА ТАЛАСНУ ј-НУ И ПРЕДСТАВЉА ТАЛАС

→ $\psi_R = \psi_1 + \psi_2$

1. $\psi_1 = \psi_0 \sin(k_1 x - \omega_1 t) \rightarrow v_{f1} = \omega_1 / k_1$

$\psi_2 = \psi_0 \sin(k_2 x - \omega_2 t) \rightarrow v_{f2} = \omega_2 / k_2$

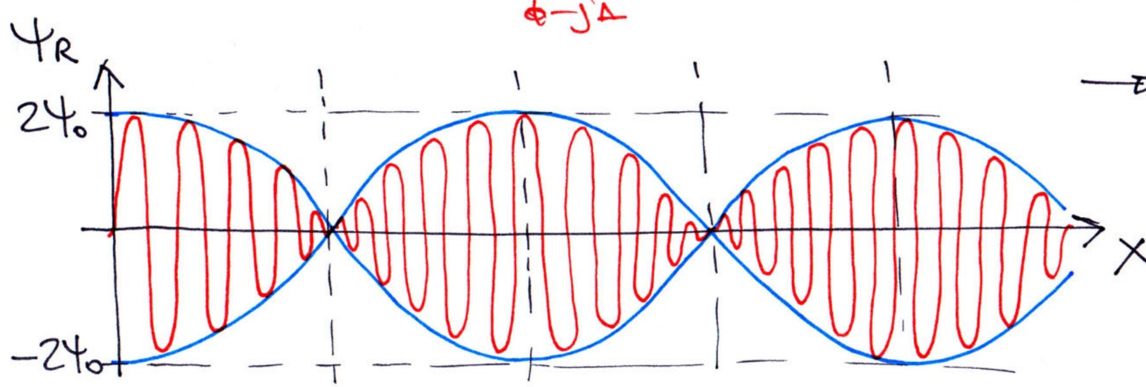
$$\psi_R = \psi_1 + \psi_2 = 2\psi_0 \sin\left(\frac{k_1+k_2}{2}x - \frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)\cdot\cos\left(\frac{k_1-k_2}{2}x - \frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\right)$$

$$\omega_s = \frac{\omega_1+\omega_2}{2} \qquad k_s = \frac{k_1+k_2}{2}$$

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \qquad \Delta k = k_1 - k_2$$

$\rightarrow$ НЕКА ЈЕ $\omega = \omega_1 \approx \omega_2$ и $k = k_1 \approx k_2 \rightarrow \Delta\omega \ll \omega,\ \Delta k \ll k$

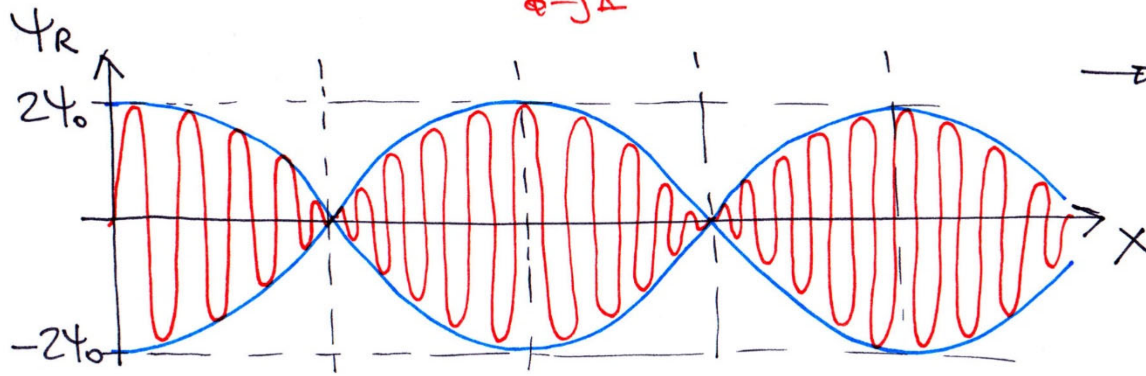
$$\boxed{\psi_R = 2\psi_0 \underbrace{\sin(kx - \omega t)}_{\text{БРЗОПРОМЕНЉИВА Ф-ЈА}}\cdot\underbrace{\cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right)}_{\text{СПОРОПРОМЕНЉИВА Ф-ЈА}}}$$



$\rightarrow$ ФЕНОМЕН „ИЗБИЈАЊА"

→ Нека је $\omega = \omega_1 \approx \omega_2$ и $k = k_1 \approx k_2$ → $\Delta\omega \ll \omega$, $\Delta k \ll k$

$$\boxed{\Psi_R = 2\Psi_0 \underbrace{\sin(kx - \omega t)}_{\text{брзопроменљива ф-ја}} \cdot \underbrace{\cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right)}_{\text{споропроменљива ф-ја}}}$$



→ феномен „избијања"

→ У одређеним тренуцима, амплитуда таласа је 0

снага $P \sim y_0^2$ → снага је нула

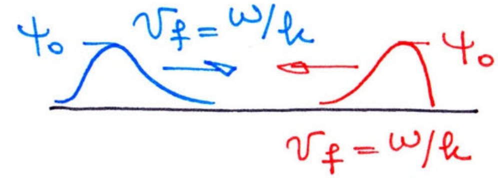
слично, са истом фреквенцијом тренуци када је максимална амплитуда → P_{max}

фреквенција избијања $f_{изб} = |f_2 - f_1|$

→ Аналогно разматрање се може спровести приликом анализирања просторне зависности $S = v_g T_{изб} = \underbrace{\frac{\Delta\omega}{\Delta k}}_{v_f} \frac{1}{f_{изб}}$

2. $\Psi_1(x,t) = \Psi_0 \sin(kx - \omega t)$

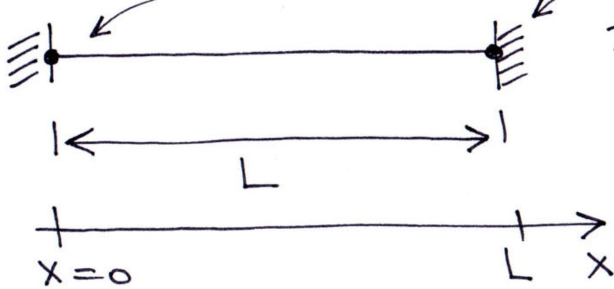
$\Psi_2(x,t) = \Psi_0 \sin(kx + \omega t)$



$$\rightarrow \boxed{\Psi_R = 2\Psi_0 \underbrace{\sin(kx)}_{\substack{\text{ПРОСТОРНА}\\ \text{ЗАВИСНОСТ}\\ f(x)}} \cdot \underbrace{\cos(\omega t)}_{\substack{\text{ВРЕМЕНСКА}\\ \text{ЗАВИСНОСТ}\\ f(t)}}}$$

→ ПРИМЕТИТИ: ПОСТОЈЕ ТАЧКЕ (ПОЗИЦИЈЕ X) КОЈЕ НЕ ОСЦИЛУЈУ, БЕЗ ОБЗИРА У КОМ ТРЕНУТКУ ИХ ПОСМАТРАЛИ

→ „ЧВОР": $kx = n \cdot \pi \rightarrow \Psi_R = 0$

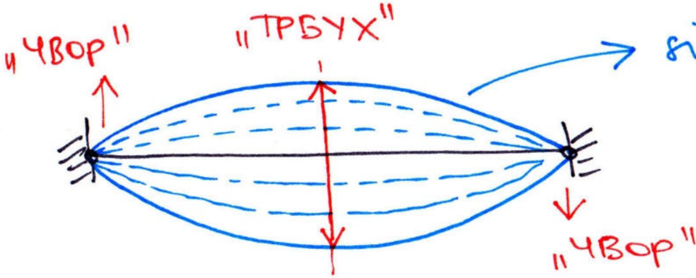
→ 

ЗАТЕГНУТА ЖИЦА: ВЕЗИВАЊЕ НАМЕЋЕ ГРАНИЧНЕ УСЛОВЕ

$$\left.\begin{array}{l}\Psi_R(x=0) = 0\\ \Psi_R(x=L) = 0\end{array}\right\} \rightarrow \sin(kL) = 0$$

$$k_n \cdot L = n\pi \rightarrow \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda_n} = \frac{n\cancel{\pi}}{L} \rightarrow \boxed{L = n\frac{\lambda_n}{2}} \quad \boxed{f_n = n\frac{c}{2L}}$$

$m = 1$: ОСНОВНИ (ФУНДАМЕНТАЛНИ) ИЛИ ПРВИ „ХАРМОНИК"

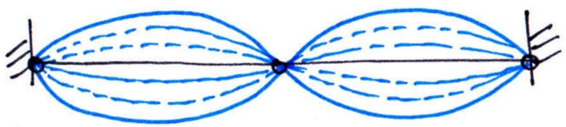


→ $\sin(kx)$ ДЕФИНИШЕ АМПЛИТУДУ!

СТОЈЕЋИ ТАЛАС

$m = 2$: ДРУГИ ХАРМОНИК →

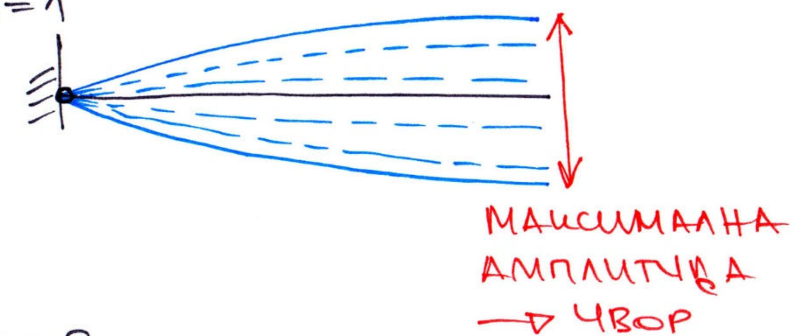
$$\boxed{\begin{aligned} \omega_m &= m \cdot \omega_1 \\ f_m &= m \cdot f_1 \end{aligned}}$$



→ СВЕ ТАЧКЕ НА ЖИЦИ ОСЦИЛУЈУ СА ИСТОМ ФРЕКВЕНЦИЈОМ → НОРМАЛНИ МОДОВИ (ПРИРОДНЕ ФРЕКВЕНЦИЈЕ)

→ ЖИЦА ФИКСИРАНА САМО СА ЈЕДНЕ СТРАНЕ:

$n=1$



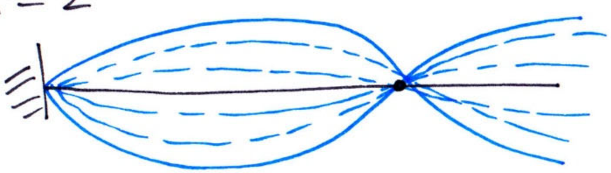
$$\sin(k_n \cdot L) = 1 \Rightarrow k_n \cdot L = (2n-1)\frac{\pi}{2}$$

$$\frac{2\cancel{\pi}}{\lambda_n} \cdot L = (2n-1)\,\cancel{\pi}/2$$

$$L = \frac{2n-1}{4} \cdot \lambda_n$$

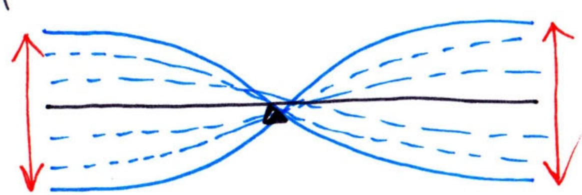
$$\boxed{L = (2n-1)\frac{c}{4 f_n}}$$

$n=2$



→ ЖИЦА ФИКСИРАНА У СРЕДИНИ:

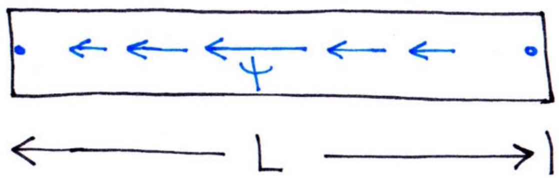
$n=1$



$$\rightarrow \quad \boxed{L = n \cdot \frac{\lambda_n}{2} = n \cdot \frac{c}{2 f_n}}$$

→ СТОЈЕЋИ ТАЛАСИ У ВАЗДУШНИМ ЦЕВИМА

ОСНОВНИ ХАРМОНИК:



ОСЦИЛАЦИЈЕ ВАЗДУШНОГ СТУБА ГЕНЕРИСАНЕ КАО ПОСЛЕДИЦА ПРОМЕНЕ ПРИТИСКА

$$\psi_n = A_n \sin\left(\frac{n\pi}{L}\cdot x\right)\cos(\omega_n t)$$

$$\omega_n = 2\pi f_n = 2\pi\cdot n\frac{c}{2L} = \frac{n\pi}{L}\cdot c$$

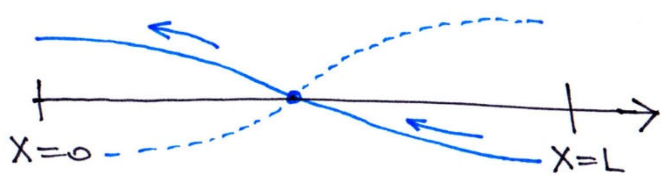
$$\boxed{L = n\cdot\frac{\lambda_n}{2}}$$

→ ЗА РАЗЛИКУ ОД ТРАНСВЕРЗ. ТАЛАСА НА ЖИЦИ ЗА ЗВУК

$c = \sqrt{\frac{E_V}{\rho}} \approx \underline{340\ m/s}$ НА СОБНОЈ ТЕМПЕРАТУРИ И НОРМАЛНОМ ПРИТИСКУ У ВАЗДУХУ!

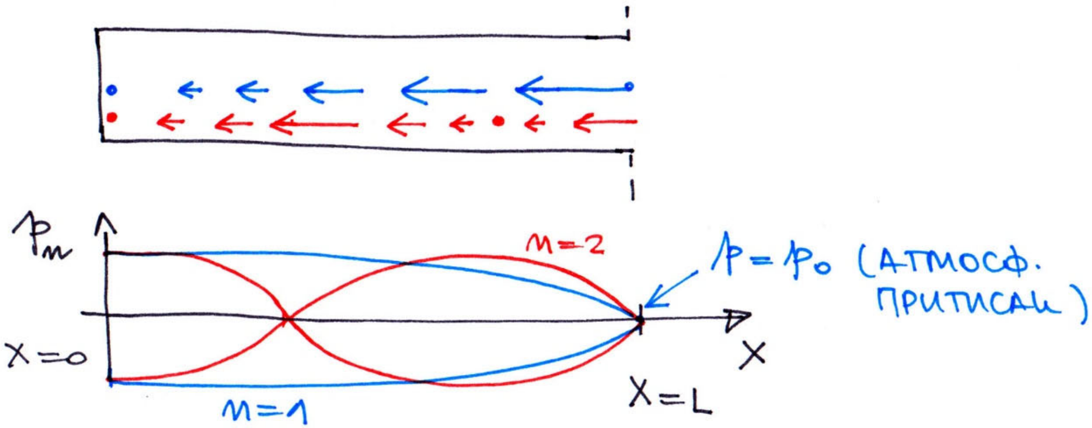
(КОД ТРАНСВЕРЗАЛНИХ ТАЛАСА МОЖЕ СЕ УТИЦАТИ НА c)

→ МОЖЕ СЕ ПОСМАТРАТИ НАДПРИТИСАК ТЈ. ПОТПРИТИСАК (У ОДНОСУ НА p_0)



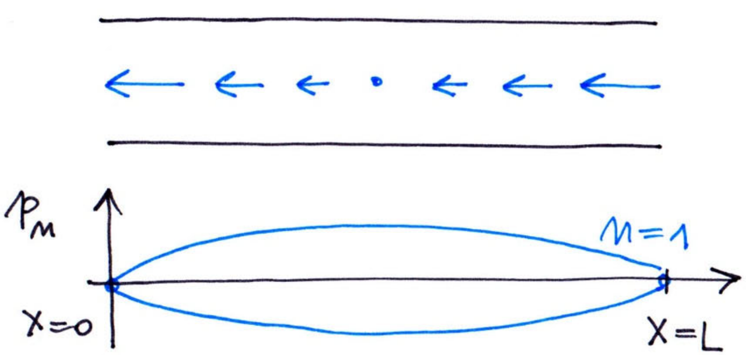
$$p_n = P_{0n}\cdot\cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)\cdot\sin(\omega_n t)$$

→ ЦЕВ ЗАТВОРЕНА НА ЈЕДНОМ КРАЈУ



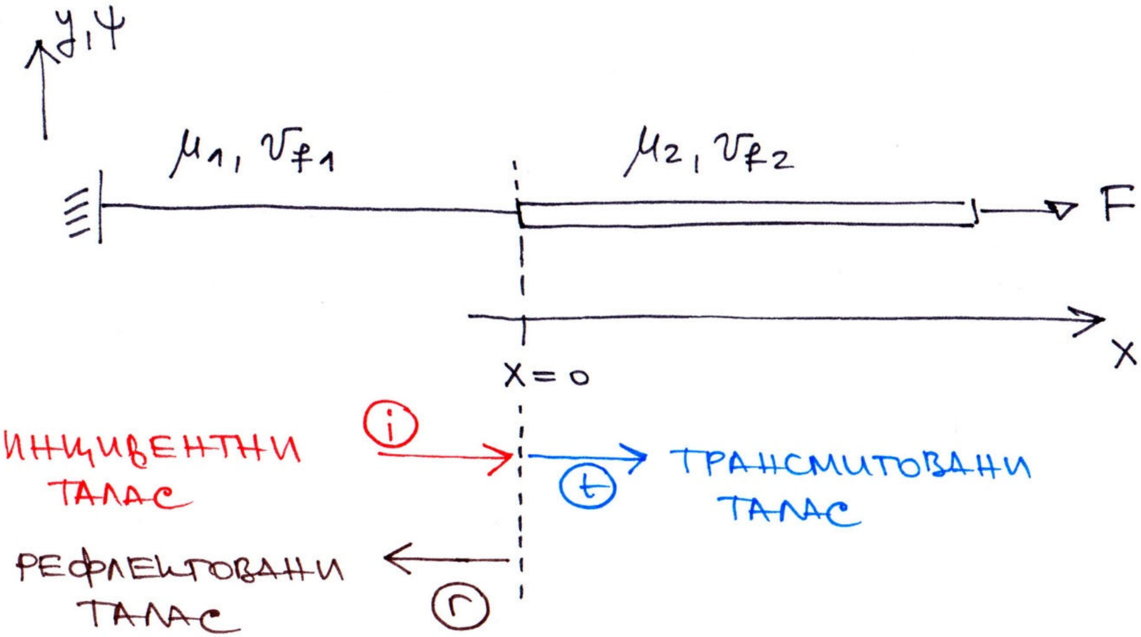
$$\boxed{L = (2n-1)\,\frac{\lambda_n}{4}}$$

→ ОТВОРЕНА ЦЕВ



$$\boxed{L = n \cdot \frac{\lambda_n}{2}}$$

РЕФЛЕКСИЈА ТРАНСВЕРЗАЛНИХ ТАЛАСА НА СПОЈУ 2 ЗАТЕГНУТЕ ЖИЦЕ



$v_{f1} = \sqrt{\dfrac{F}{\mu_1}}$; $v_{f2} = \sqrt{\dfrac{F}{\mu_2}}$

$\psi_i = A_i \sin(\omega_1 t - k_1 x)$

$\psi_r = A_r \sin(\omega_1 t + k_1 x)$

$k_1 = \dfrac{2\pi}{\lambda_1}$ ИСТО ЗА i & r

$\psi_t = A_t \sin(\omega_2 t - k_2 x)$

$\omega_1 = \omega_2 = \omega = v_{f1} k_1 = v_{f2} k_2$

СПОЈ ОСЦИЛУЈЕ ЈЕДИНСТВЕНОМ УЧЕСТАНОШЋУ

ГРАНИЧНИ УСЛОВИ:

1. $\psi_1(0) = \psi_2(0)$ → ДА НЕ БИ ДОШЛО ДО ПУЦАЊА ЖИЦЕ

2. $\left.\dfrac{\partial \psi_1}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\dfrac{\partial \psi_2}{\partial x}\right|_{x=0}$ → ДА НИЈЕ ИСПУЊЕНО

⇒ РЕЗУЛТУЈУЋА СИЛА У y-ПРАВЦУ ⇒

→ БЕСКОНАЧНО УБРЗАЊЕ

$$(1) \Longrightarrow \quad A_i \sin(\omega t) + A_r \sin(\omega t) = A_t \sin(\omega t) \rightarrow \boxed{A_i + A_r = A_t}$$

$$(2) \Rightarrow \quad -k_1 A_i \cos(\omega t) + k_1 A_r \cos(\omega t) = -A_t k_2 \cos(\omega t) \rightarrow$$

$$\boxed{-k_1 A_i + k_1 A_r = -k_2 A_t}$$

→ АМПЛИТУДСКИ КОЕФИЦИЈЕНТИ РЕФЛЕКСИЈЕ И ТРАНСМИСИЈЕ $\boxed{r \equiv \frac{A_r}{A_i}}$ $\boxed{t \equiv \frac{A_t}{A_i}}$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} 1 + r &= t \\ +1 - r &= +\frac{k_2}{k_1} \cdot t \end{aligned}\right\} \rightarrow \quad t\left(1 + \frac{k_2}{k_1}\right) = 2 \rightarrow \boxed{t = \frac{2k_1}{k_1 + k_2}}$$

$$\Rightarrow r = t - 1 \rightarrow \boxed{r = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}}$$

АЛТЕРНАТИВНО, МОЖЕ СЕ ИЗРАЗИТИ ПРЕКО v_f ИЛИ μ ИЛИ Z

$$r = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} = \frac{\cancel{\omega}/v_{f1} - \cancel{\omega}/v_{f2}}{\cancel{\omega}/v_{f1} + \cancel{\omega}/v_{f2}} = \boxed{\frac{v_{f2} - v_{f1}}{v_{f1} + v_{f2}}} = \frac{\sqrt{\frac{\cancel{F}}{\mu_2}} - \sqrt{\frac{\cancel{F}}{\mu_1}}}{\sqrt{\frac{\cancel{F}}{\mu_1}} + \sqrt{\frac{\cancel{F}}{\mu_2}}} = \boxed{\frac{\sqrt{\mu_1} - \sqrt{\mu_2}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}} = \boxed{\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}}$$

$$t = \frac{2k_1}{k_1 + k_2} = \boxed{\frac{2v_{f2}}{v_{f1} + v_{f2}}} = \boxed{\frac{2\sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_2}}} = \boxed{\frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}}$$

РЕФЛЕКСИЈА И ТРАНСМИСИЈА СНАГЕ

$$P_R = \frac{1}{2} Z_1 \cdot \omega^2 \Psi_{0r}^2 = \frac{1}{2} Z_1 \omega^2 (r \cdot \Psi_{0i})^2 = \frac{1}{2} Z_1 \omega^2 \Psi_{0i}^2 \cdot r^2 = P_i r^2$$

$$\rightarrow \boxed{R = r^2}$$

РЕФЛЕКТАНСА (КОЕФИЦИЈЕНТ РЕФЛЕКСИЈЕ СНАГЕ)

$$P_t = \frac{1}{2} Z_2 \omega^2 \Psi_{0t}^2 = \frac{1}{2} Z_2 \omega^2 (t \cdot \Psi_{0i})^2 = \frac{1}{2} Z_2 \omega^2 t^2 \Psi_{0i}^2 \cdot \frac{Z_1}{Z_1}$$

$$P_t = \frac{1}{2} Z_1 \omega^2 \Psi_{0i}^2 \cdot \frac{Z_2}{Z_1} t^2 = P_i \cdot \frac{Z_2}{Z_1} t^2$$

$$\rightarrow \boxed{T = \frac{Z_2}{Z_1} t^2}$$

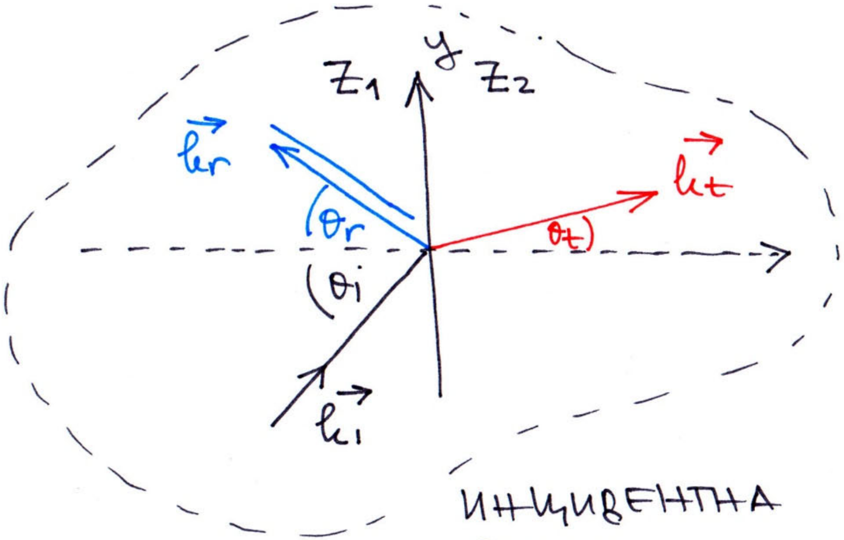
ТРАНСМИТАНСА (КОЕФ. ТРАНСМИСИЈЕ СНАГЕ)

→ ИЗВЕДЕНИ ИЗРАЗИ ВАЖЕ И ЗА ЛОНГИТУДИНАЛНЕ ТАЛАСЕ КРОЗ ШИПКУ И ФЛУИД ЗА НОРМАЛНУ ИНЦИДЕНЦИЈУ

$$\rightarrow R + T = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}\right)^2 + \frac{Z_2}{Z_1} \left(\frac{2 Z_1}{Z_1 + Z_2}\right)^2 = \frac{(Z_1 - Z_2)^2 + 4 Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} = 1 \ \checkmark$$

ЗАКОН ОДРЖАЊА ЈЕ ИСПУЊЕН!!

ЗАКОН ОДБИЈАЊА И ПРЕЛАМАЊА



ИНЦИДЕНТНА РАВАН

$$k_i = \frac{2\pi}{\lambda_i} = \frac{\omega}{v_{fi}}$$

$$k_r = \frac{2\pi}{\lambda_r} = \frac{\omega}{v_{fr}}$$

$$k_t = \frac{2\pi}{\lambda_t} = \frac{\omega}{v_{ft}}$$

ИСТА СРЕДИНА

$$k_i = k_r$$

$$v_{fi} = v_{fr}$$

ГРАНИЧНИ УСЛОВИ:

$$k_{iy} = k_{ry} \rightarrow \sin\theta_i = \sin\theta_r \rightarrow \boxed{\theta_i = \theta_r}$$ ЗАКОН ОДБИЈАЊА

$$k_{iy} = k_{ty} \rightarrow \boxed{\frac{\sin\theta_i}{v_{fi}} = \frac{\sin\theta_t}{v_{ft}}}$$ ЗАКОН ПРЕЛАМАЊА

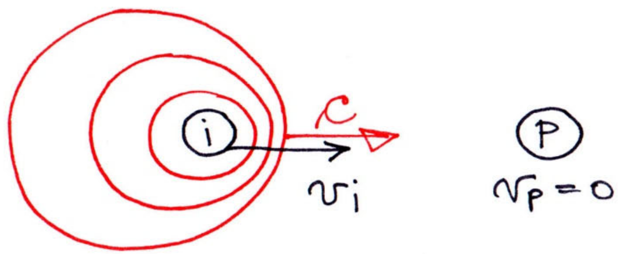
ДОПЛЕРОВ ЕФЕКАТ

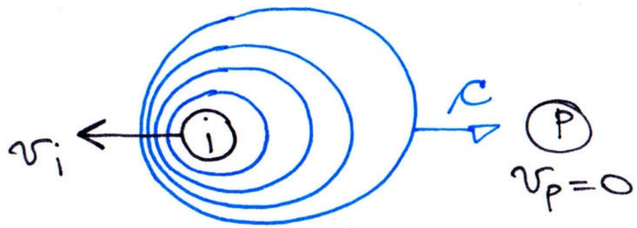
→ ПРОМЕНА ФРЕКВЕНЦИЈЕ ТАЛАСА ЗА ПРИЈЕМНИК КОЈИ СЕ КРЕЋЕ РЕЛАТИВНО У ОДНОСУ НА ИЗВОР

↳ БРЗИНЕ РЕЛАТИВНО У ОДНОСУ НА МЕДИЈУМ

- → КРЕТАЊЕ ИЗВОРА
- → КРЕТАЊЕ ПРИЈЕМН.
- → КРЕТАЊЕ МЕДИЈУМА

1. ПОКРЕТАН ИЗВОР





→ ЗВУК ПРЕНОСИ НЕПОКРЕТАН МЕДИЈУМ

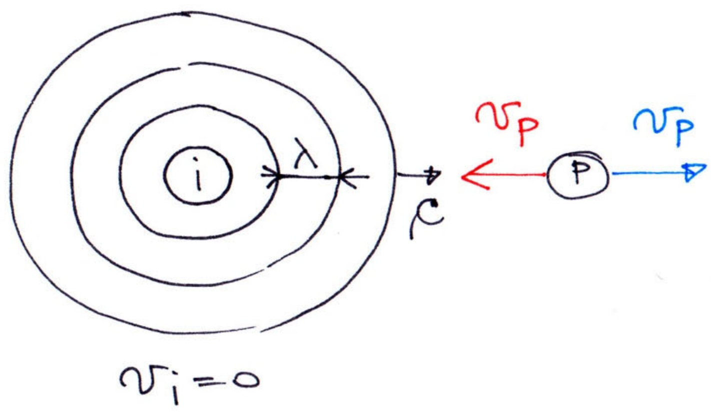
⇒ БРЗИНА ЈЕ c

→ ТАЛАСНА ДУЖИНА СЕ МЕЊА

$$\lambda_p = \frac{c \mp v_i}{f_i}$$

$$\Rightarrow f_p = \frac{c}{\lambda_p} = \frac{c}{c \mp v_i} f_i \rightarrow \boxed{f_p = \frac{f_i}{1 \mp \frac{v_i}{c}}}$$

2. Покретан пријемник



→ брзина којом пријемник пролази кроз еквифазне сфере

$$c_p = c \pm v_p$$

→ пријемник не региструје промену таласне дужине

$$\lambda_p = \lambda_i = \frac{c_p}{f_p} = \frac{c \pm v_p}{f_p}$$

$$\lambda_i = \frac{c}{f_i} \rightarrow \boxed{f_p = f_i\left(1 \pm \frac{|v_p|}{c}\right)}$$

→ Ако се пријемник и извор истовремено крећу:

$$c_p = c \pm |v_p|$$

$$\lambda_p = (c \mp |v_i|)\frac{1}{f_i} \rightarrow \boxed{f_p = f_i \frac{1 \pm \frac{|v_p|}{c}}{1 \mp \frac{|v_i|}{c}}}$$